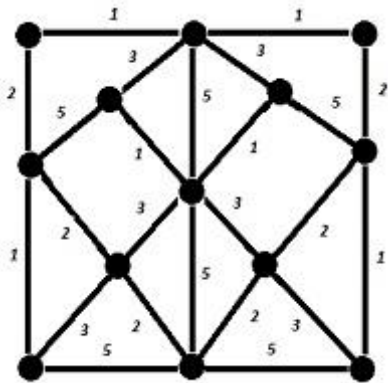


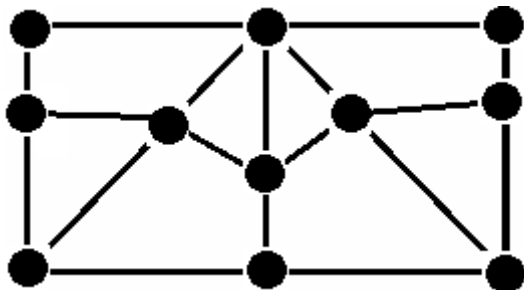
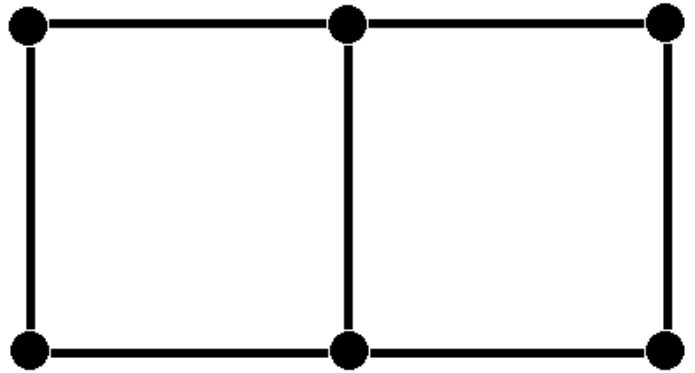
## Игра Дейкстры



Суть игры в следующем. У игроков есть карта на которой отмечены города, дороги их соединяющие и для каждой дороги определяется стоимость, - сколько стоит проехать по ней от города до города. У каждого игрока есть одинаковое количество фишек, которые желательно провести от своей стороны до стороны противника. Кто сможет провести больше, тот и выиграл.

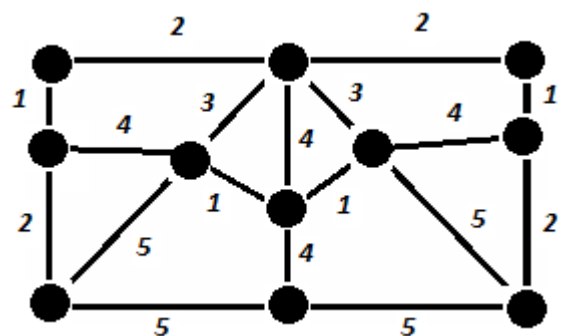
В игре довольно значительный подготовительный этап, разберемся для начала с ним.

**Действие 1. Подготовка карты.** Карта состоит из кружочков изображающих собой города, прямые отрезки между ними это дороги. Начинается создание карты со стандартного прямоугольника, возможно квадрата, но с учетом обычных форматов бумаги (а они прямоугольные) лучше все же начинать с прямоугольника. Он изображен на рисунке справа. Здесь шесть городов, по два стороне игрока. Игроки будут вести свои фишки слева направо и справа налево. Следующим шагом добавляются города и дороги. Делается это так. Каждый игрок в свою очередь добавляет к карте два пути. Сначала они рисует путь на своей стороне доски, затем строго симметрично относительно центральной, вертикальной дороги на стороне противника.

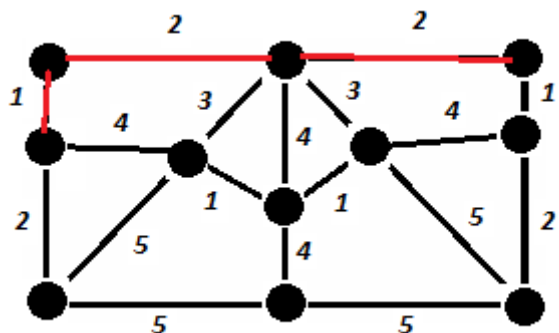


Новый путь может соединять уже существующие города. Если он упирается в пустой участок дороги, то на этом пересечении рисуется новый город. На рисунке слева показана карта с четырьмя парами путей. Когда карта полностью построена, выполняется оценка дорог.

**Действия 3. Оценка дорог.** Начинается процедура оценки с договоренности о максимальной стоимости дороги. Например, игроки договорились о числе 5. Это означает, что максимальная стоимость отрезка пути от города до соседнего города будет не более 5 единиц. Затем игроки оценивают отрезки. Делают они это по очереди. Каждый игрок, в свою очередь оценивает одним и тем же числом две симметричные относительно вертикали дороги. Причем не обязательно те, которые он же и нарисовал. Результат может быть, например такой, как изображено на рисунке справа. Исключение из процедуры составляют участки центральной вертикальной дороги. Для них нет симметричных участков. Поэтому игрок, отметивший ценой центральный участок, отмечает только его одного.



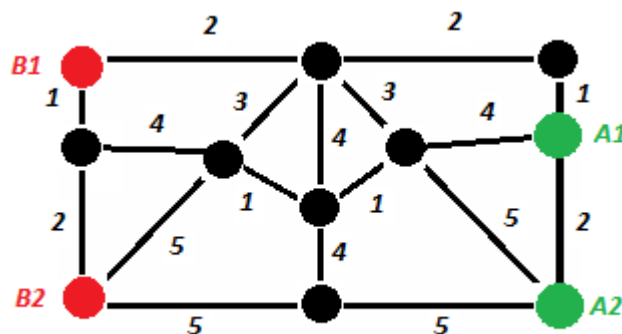
**Действие 3. Оценка суммы для фишки.** Имеется ввиду денежная сумма, которую получит каждая фишка. Для этого игроки должны построить примерный путь от одной стороны карты до другой. Это делается так. Один из игроков ставит свою фишку на любое поле своего края и делает ход. Стоимость отрезка пути добавляется в собираемую сумму. Затем второй игрок продолжает путь, затем первый и так до тех пор, пока фишка не



дойдет до какого-нибудь города на противоположной стороне. На рисунке слева показан возможный путь. Этот путь дает оценку в пять единиц. И эту сумму получит каждая фишка каждого игрока.

**Действие 4. Расстановка фишек.** Игроки договариваются о том, сколько фишек будет в игре. Как максимум это количество равно количеству городов на стороне. В нашем случае это 3. Но может

быть и меньше. Например их две. После этого игроки расставляют свои фишки уже как хотят. На рисунке справа пример. Для удобства рядом с каждой фишкой следует прописать ее номер. В примере красные и зеленые фишки пронумерованы буквой и числом. Так как фишки могут передвигаться самым различным образом, то разумно их имена прописать и на самих фишках, чтобы не забыть, какая с какой позиции стартовала. Это важно вот по какой причине. Каждой фишке перед началом игры выделяется сумма, определенная в третьем действии. Фишка передвигаясь по карте будет эту сумму тратить, затраты необходимо учитывать, для чего лучше всего имеющуюся сумму прописывать на стартовой позиции рядом с ее именем.



**Ход.** Игра состоит из последовательных ходов игроков. Ход заключается в том, что игрок перемещает одну из своих фишек в город соседний с тем, в котором она находится. При этом сумма фишки уменьшается на стоимость пройденной дороги. Отказаться от хода нельзя. Фишка может переместиться в свободный город, либо в город в котором уже находится другая своя фишка.

Более сложный и динамичный вариант игры, требует в свою очередь хода движения каждой фишки игрока, разумеется за вычетом тех, которые уже дошли до цели. Отказываться от хода нельзя. Делать два и более ходов одной фишкой нельзя. Фишка исчерпавшая свои средства разумеется также в ходе не участвует.

**Обмен средствами.** Фишки одного игрока находящиеся в одном городе могут обменяться средствами. А именно все или часть средств одной фишки игрок может переписать на другую свою фишку и это не считается ходом.

**Завершение игры.** Игра заканчивается тогда, когда оба игрока теряют возможность хода. Эта ситуация возникает в двух случаях. Первая – все фишки достигли цели. Вторая у части фишек закончились средства для передвижения, другие уже достигли. То есть средств недостаточно для передвижения в соседний город. Если один из игроков завершил игру, а второй имеет возможность ее продолжать, то он ведет дальнейшую игру

один. Победа достается тому, кто перевел больше своих фишек. Время, за которое он это сделал не играет роли.

## Анализ игры

Есть небольшая проблема – выбор исходной суммы для фишек. Метод получения оптимальной суммы непонятен. По той простой причине, что неясно, какую сумму считать оптимальной. Ясно, что если сумма слишком велика, то все фишки дойдут до цели и это неинтересно. Если сумма мала, то игра станет несодержательной уже по противоположной причине.

Выход следующий. Если игроки создадут достаточно сложную карту, то играть на ней можно будет много раз. Тогда, перед каждой игрой сумму можно не перевычислять указанным в правилах способом, а либо увеличивать либо уменьшать, в соответствии с результатами предыдущей партии.

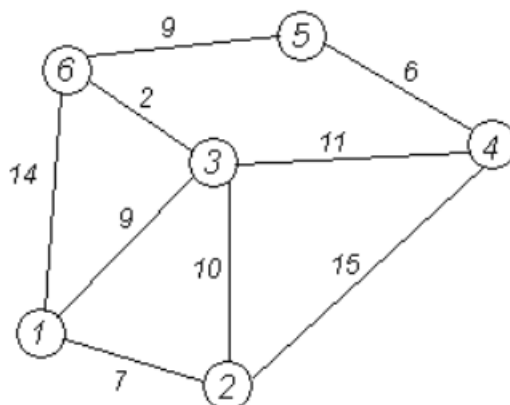
Главная цель игры не столько дойти своими фишками до цели, сколько помешать это сделать противнику. Для этого необходимо планировать путь своих фишек таким образом, чтобы они вставали на пути фишек противника заставляя их или стоять на месте, или, что еще лучше двигаться неэффективным путем. Это возможно, если у противника не будет выбора хорошего хода. Особенно это будет хорошо работать если вы примете вариант правил в котором за ход необходимо двигать все фишки для которых движение возможно.

Основа выборы стратегии движения собственных фишек – алгоритм Дейкстры позволяющий определить оптимальный путь, разумеется при условии, что никто не будет мешать двигаться по этому пути.

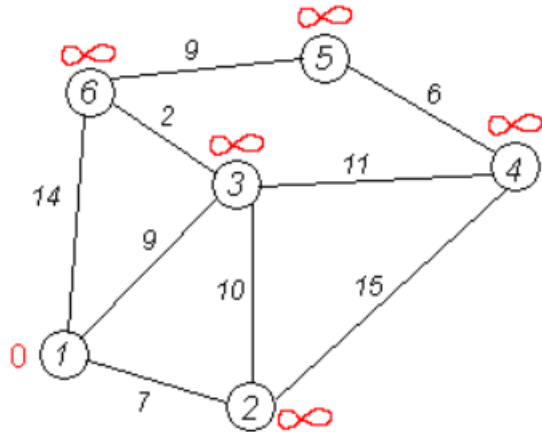
## Алгоритм Дейкстры

**Идея алгоритма.** Идея основывается на следующем очевидном утверждении: Пусть построен минимальный путь из вершины А в вершину В. И пусть вершина В связана с некоторым количеством вершин  $i$ . Обозначим через  $C_i$  – цену пути из вершины В в вершину  $i$ . Выберем из  $C_i$  минимальную величину. Тогда минимальное продолжение пути из точки В пойдёт через выбранную величину.

Пример. Рассмотрим граф:

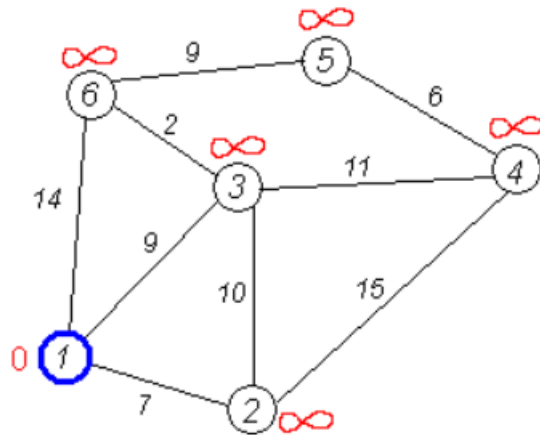


Требуется найти самые дешевые пути из первой вершины во все остальные. В кружках проставлены просто номера вершин, возле ребер проставлены их веса. Рядом с вершиной красным прописаны уже определенные цены до вершины.

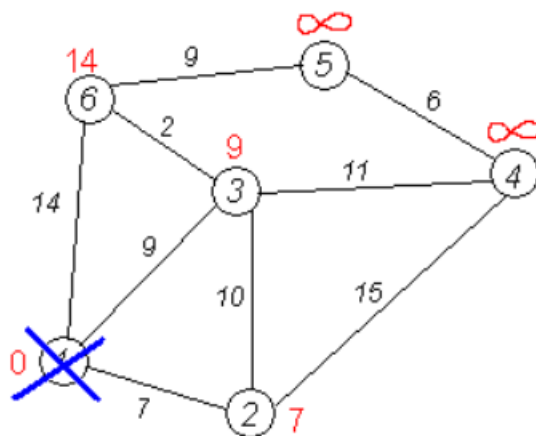


На данном шаге первая вершина отмечена 0, так как она стартовая. Остальные отмечены бесконечностью, так как цена пути до этих вершин пока не определена.

### Первая итерация



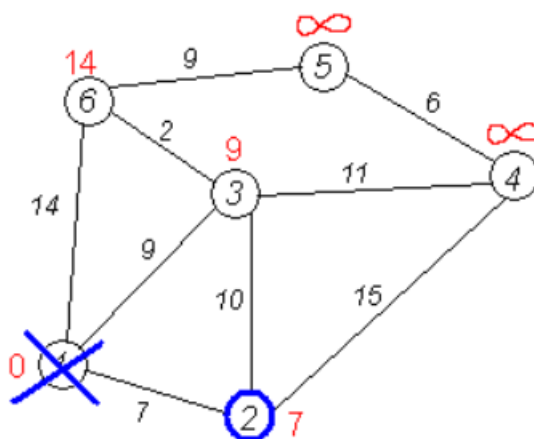
Первая вершина выделяется, как анализируемая на данной итерации и теперь с ее помощью пересчитываются веса, соединенных (инцидентных) с ней вершин. Это вершины 2, 3, 6. Пересчет ведется в порядке возрастания стоимости ребра. То есть 2, 3, 6. После пересчета у вершин появляются новые стоимости.



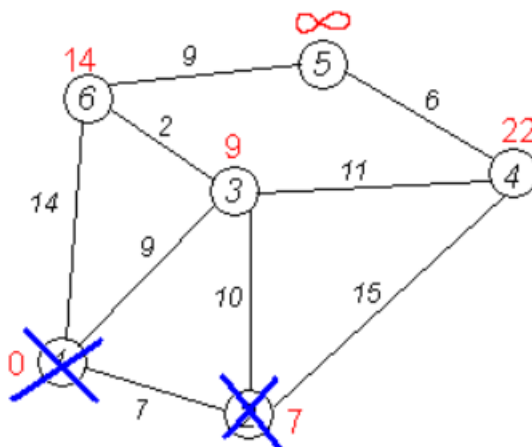
Вершина 1, вычеркивается, как окончательно рассмотренная.

### Вторая итерация

К рассмотрению принимается ближайшая к 1, из нерассмотренных. Это вершина 2, с ценой 7.



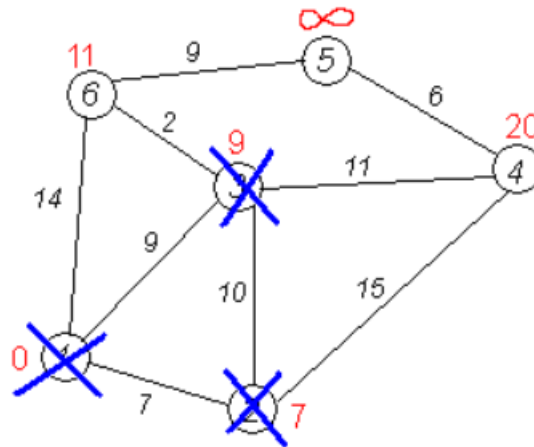
Пытаемся уменьшить метки вершин соседних с вершиной 2. Вершина 1 не рассматривается. Улучшить оценку вершины 3 не выходит, так как  $10+7$  больше уже существующей оценки. Удастся улучшить оценку четвертой вершины.



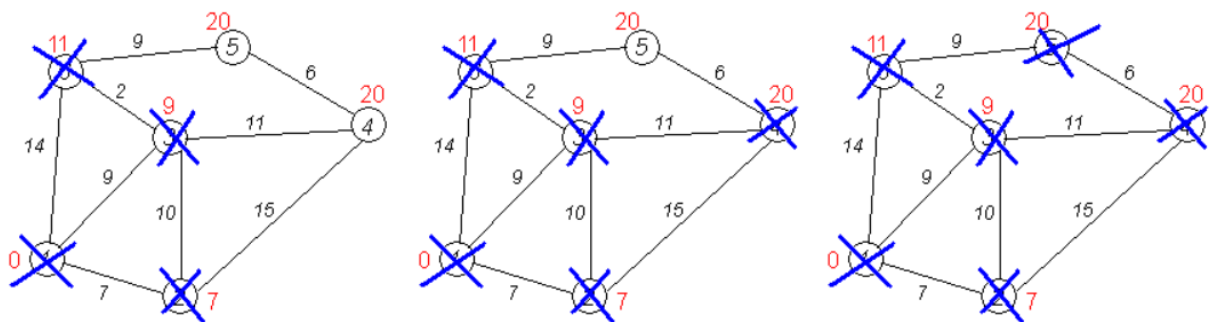
Вторая вершина вычеркивается.

### Третья итерация

Сейчас в рассмотрение поступает третья вершина, после ее обработки получаем следующий результат:



Оставшиеся три вершины потребуют еще трех итераций дающих следующий результат:



Теперь разберемся, как восстанавливать путь от любой вершины до стартовой. В нашем случае стартовая вершина имеет нулевой номер. Пусть необходимо построить путь до вершины с номером 4. Минимальная стоимость пути до 4 вершины, согласно алгоритма Дейкстры равна 20. Эту величину дает цена третьей вершины и соединяющего их ребра:  $9 + 11 = 20$ . Следовательно, путь в вершину с номером 4 лежит через вершину с номером 3. Таким рассуждением получаем, что в вершины 3, можно пройти непосредственно из вершины 0. Отсюда искомый путь: 0, 3 4