

Раздел третий. Топологические игры

Топология – геометрическая наука, изучающая самые общие свойства пространства. Поэтому топологические игры – это пространственные игры, использующие в качестве игровой идеи какие-то закономерности и законы, работающие в пространстве. Разбор математических основ этих игр – дело довольно сложное, требующее специальной подготовки, но оно еще и дело ненужное. Для нас сейчас важен именно игровой компонент без научного обоснования.

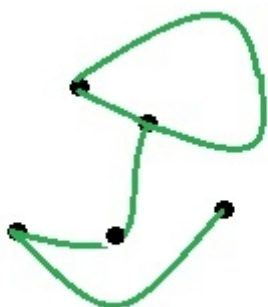
Правда, необходимо заметить, что игнорирование топологических основ лишает нас возможности построения обоснованных игровых стратегий, но повторюсь, если глубоко вникать в заявленную проблему, то материал раздела окажется для большинства интересующихся людей просто нечитаемым.

Поэтому, мы в анализе игр раздела будем использовать простые комбинаторные техники, быть может немного усиленные эвристическими предположениями. Напомню, что эвристика – это простое, достаточно правдоподобное предположение, хотя быть может и совершенно не очевидное.

Есть и еще один любопытный нюанс. Наиболее известные игры этого класса, такие как Бридж Ит, Рассада, Брюссельская капуста обладают общим свойством решать вопрос о победителе на последнем ходу. Как бы долго игра не длилась, кто сможет сделать последний ход, тот и выиграл. Иногда игровая цель заключается в построении некоторых конструкций, пространственных разумеется. В этом случае игра заканчивается тогда, когда, кто-то из игроков сумел создать требуемое. Но и в этом случае все решается последним ходом. Мне, однако, удалось найти несколько игр с более привычной игровой задачей накопления материального преимущества в ходе партии. Но это скорее исключение, нежели правило, хотя топологических игр не так много, чтобы можно было говорить о каких-либо традициях.

В любом случае, топологические игры довольно приятное интеллектуальное развлечение, интересное еще и тем, что требует минимального инвентаря. Лист бумаги и пара цветных карандашей, ручек или фломастеров, что окажется под рукой.

Игра №1 Рассада

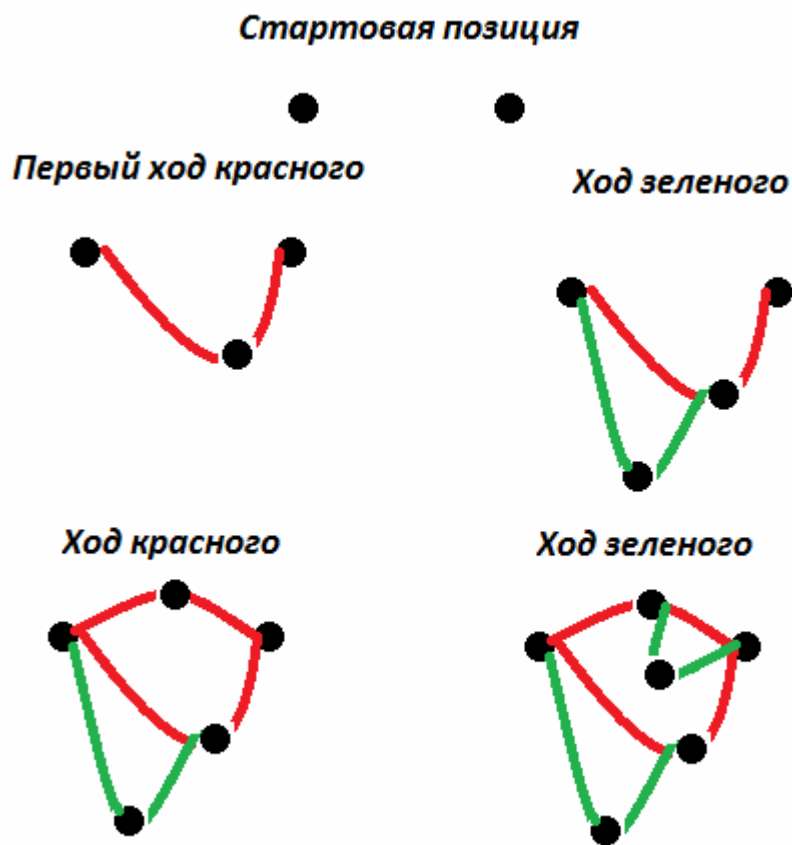


Создатели игры: профессор Джон Хортон Конвей и его аспирант Майкл Стюарт Паттерсон. Начинается игра с того, что игроки, оба по очереди или один из них, рисуют лунки. Кто именно нарисует лунки роли не играет, существенно важна только договоренность – сколько лунок будет в игре.

Из каждой лунки может выходить только три лианы. Игроки – садовники, выращивают лианы, проигрывает тот, кто в свою очередь хода уже не может вырастить очередную лиану по правилам хода.

Правило хода таково – через лунку может проходить не более трех лиан. Игрок рисует лиану от лунки до лунки, при этом для обеих лунок и начальной и конечной, ход должен быть допустим. То есть не более трех выходящих лиан в используемых лунках. Лианы не могут пересекать друг друга, Лиана может заканчиваться в той же лунке из которой она вышла. После прорисовки лианы, садовник на пути ее следования выкапывает еще одну лунку. Ниже пример партии, начинающийся с двух лунок. Заметим сразу, что две лунки это минимальная конфигурация, игра на двух

лунках заканчивается быстро и она не слишком интересна, но для демонстрации техники игры вполне достаточна.



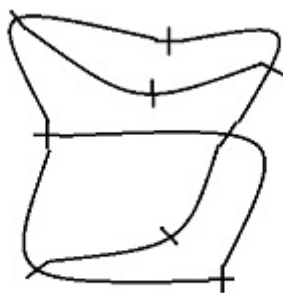
После второго хода Зеленого садовника, есть две лунки, в которые входит по две лианы, но соединить эти две лунки по правилам нельзя, так как в любой траектории лиане придется пересечь уже прорисованные лианы, что запрещено.

Анализ игры

Во-первых, заметим, что игра конечная, в том смысле, что партия гарантированно завершится за конечное число ходов. Это легко показать. Действительно, каждая новая лиана использует две лунки, то есть уменьшает количество потенциальных входов на два. А из каждой новой лунки уже выходит две лианы, то есть каждая новая лунка увеличивает количество потенциальных входов на один. Таким образом, после завершения хода, количество входов в лунки уменьшается на один, что и означает конечность игры.

Игра скорее комбинаторного характера, выигрывает тот, кто способен глубже просчитать ситуацию. Заметим, только, что победа достигается за счет изоляции лунок, как в примере выше. Если игроки не будут создавать изолированные лунки, то кто победит, точно определяется количеством исходных лунок, так как каждый ход уменьшает (если не создает изолированные лунки) потенциальные возможности хода строго на единицу.

Игра № 2. Брюссельская капуста



Создатель игры – Джон Хортон Конвей. Брюссельская капуста – это усложненный вариант игры Рассадка. Начинается игра с того, что игроки по договоренности рисуют некоторое количество крестиков. Кто их рисует безразлично. Существенно значимо только их количество. Крестик это четыре возможности для рисования лианы. Каждое ответвление крестика позволяет вывести одну лиану.

Ход заключается в том, что игрок прорисовывает лиану от одного ответвления до другого. После этого новая лиана, в каком либо месте, перечеркивается коротким отрезком, то есть рисуется новый крестик два ответвления которого уже заняты нарисованной лианой. Лианы не могут пересекаться. Лиана может завершаться в том же крестике, с которого она началась.

Игра завершается тогда, когда один из игроков не может выполнить ход по правилам. Тот кто первым потерял возможность нарисовать новую лиану считается проигравшим. Ниже пример фрагмента партии с двумя исходными крестиками.

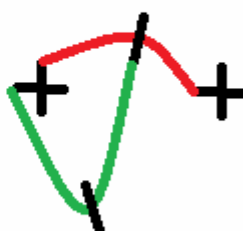
Исходное положение



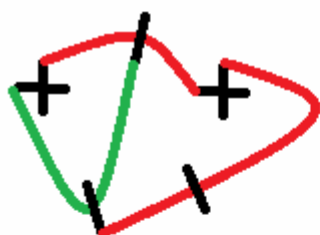
Ход красного игрока



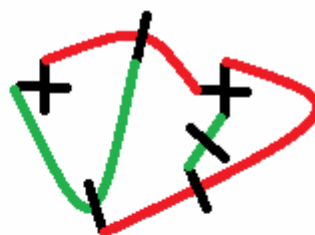
Ход зеленого игрока



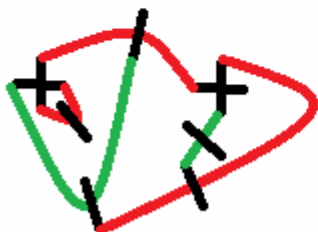
Ход красного игрока



Ход зеленого игрока



Ход красного игрока



Ход зеленого игрока



Партия почти закончена. Три ответвления изолированы, допускают продолжения игры только два из оставшихся.

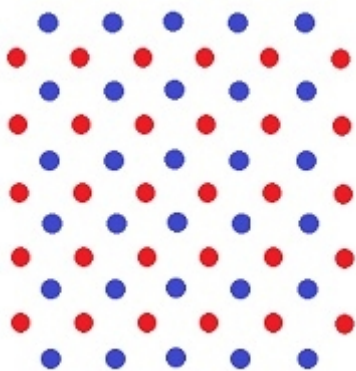
Анализ игры

Игра конечная в том смысле, что партия завершается за конечное число ходов. Доказать этот факт однако несколько сложнее чем в игре Рассада. В Брюссельской капусте, за один ход используется два ответвления крестиков и два создается, отсюда как кажется, следует возможность бесконечной игры. Однако это не так. Дело в том, что в процессе игры обязательно создаются петли, то есть замкнутые области и появление изолированных ответвлений неизбежно. И этот факт можно доказать, что для нас сейчас несущественно.

Партия в Брюссельскую капусту при достаточном количестве крестиков разветвляется очень быстро и становится практически необозримой. Для ее анализа можно предложить метод отделения замкнутых областей. Замкнутой областью назовем область, выйти за пределы которой нельзя. Ясно, что анализировать игру в пределах замкнутой области проще. Допустим Игрок отделил своим ходом две области А и В. И пусть известно, что в области А он может оставить последний ход за собой если он будет начинать игру в этой области, а в области В он сможет оставить ход за собой если начнет игру в этой области его противник. Тогда, если он сможет так построить так, чтобы в А игру начал он, а в В его противник, то победа будет за Игроком с некоторой заслуживающей рассмотрения вероятностью.

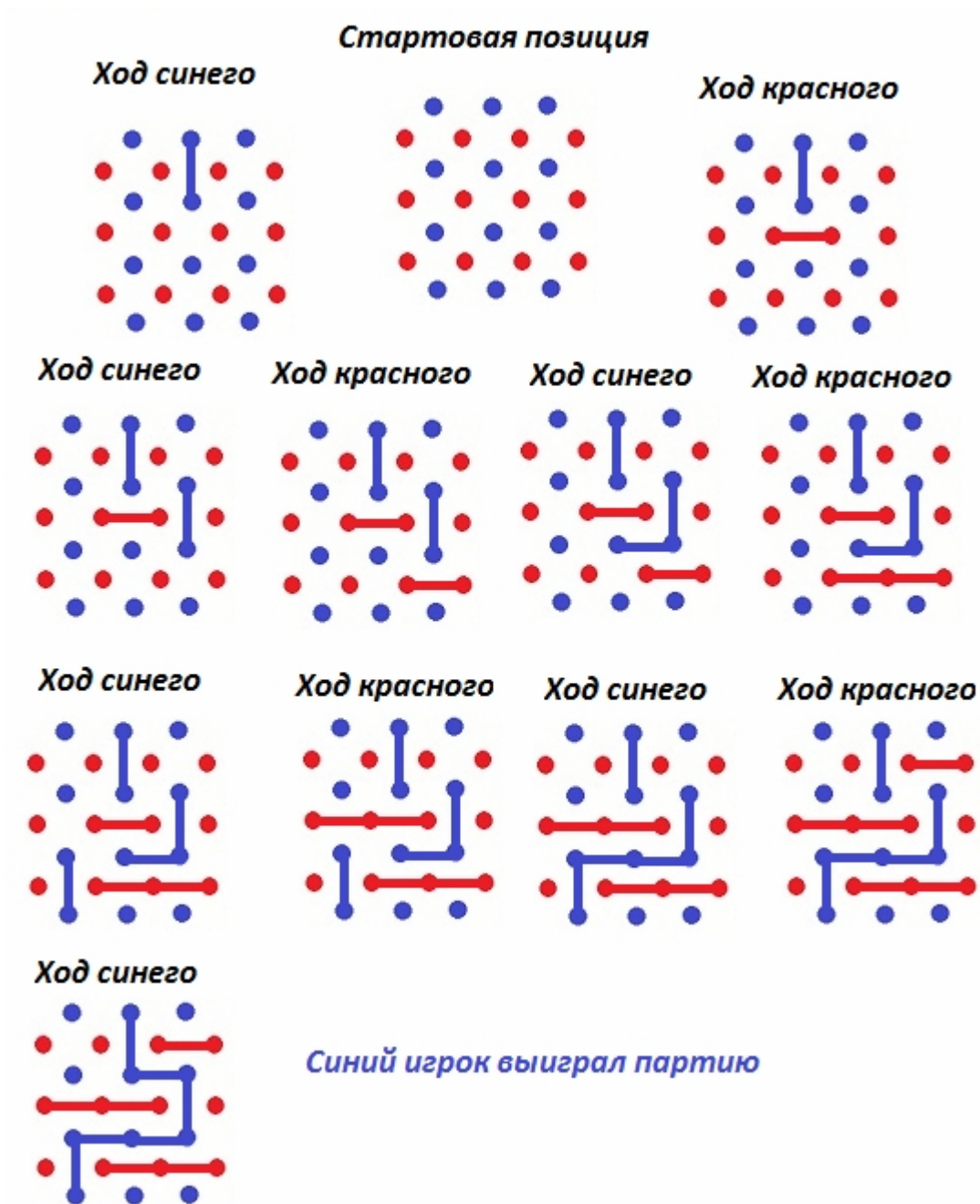
Это конечно лишь общая схема, так как необходимо учитывать возможность изменения противником последовательности ходов, например, выделением замкнутой области внутри уже имеющейся. То есть в любой случае окончательное слово за точным расчетом, предложенная схема лишь несколько упрощает расчет хода.

Игра №3 Бридж Ит

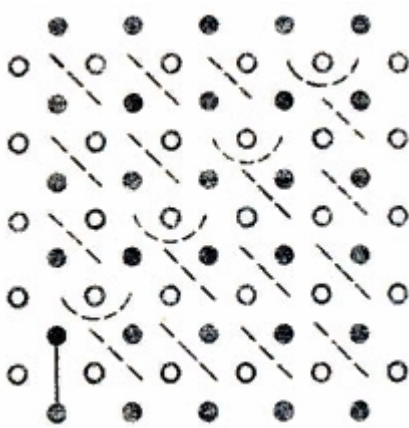


Игра придумана Дэвидом Гейлом, а ее обобщенный вариант исследовал Клод Шеннон, он же показал выигрышный алгоритм для одного из игроков. Игра начинается с позиции изображенной на диаграмме слева. Поле представляет собой пересечение двух прямоугольников построенных на точках. На диаграмме, красный и синий прямоугольники имеют размеры 5x6. В принципе допустимо любое поле размером $N \times N+1$.

Игрок в свою очередь хода соединяет две рядом стоящие точки отрезком. Соединение допустимо только по ортогонали. Каждый из игроков стремится построить непрерывный мост из отрезков. Для приведенной диаграммы синий игрок строит мост сверху - вниз, а красный справа – налево. Побеждает игрок первым построивший мост. Линии разного цвета не должны пересекать друг друга. Ниже пример партии на доске 3x4.



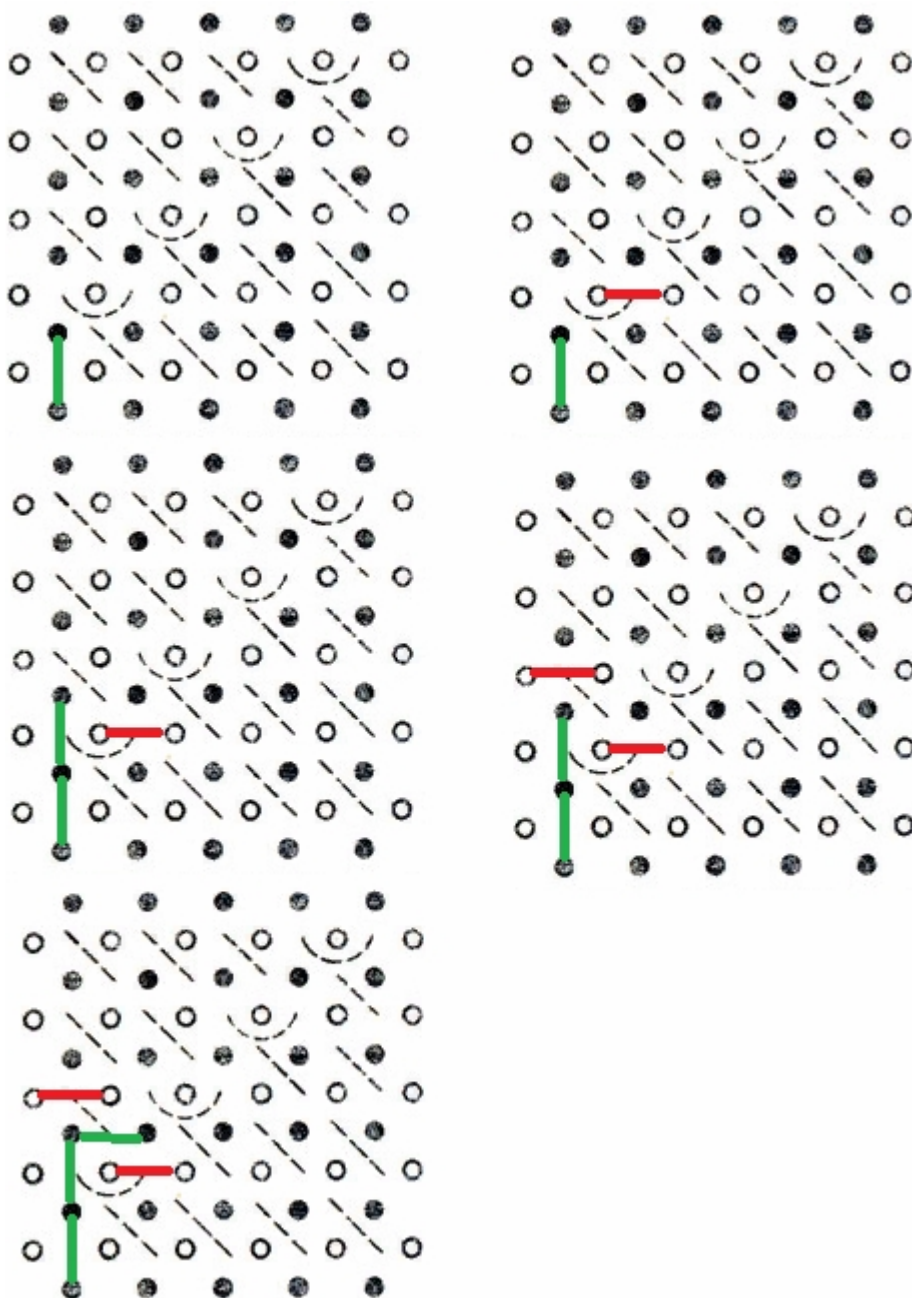
Анализ игры



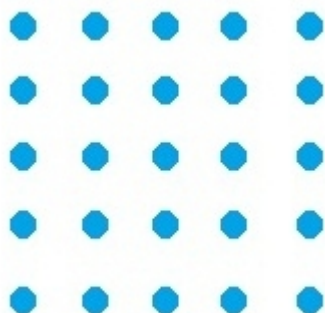
При кажущейся сложности, для этой игры имеется выигрышный алгоритм. На диаграмме слева показан первый ход, первого игрока. Штриховые линии специально построены для определения правила хода. Это правило звучит очень просто. Если второй игрок своим ходом пересекает одну из пунктирных линий, неважно круглую или диагональную, первый игрок своим очередным ходом должен пересечь другой конец этой же линии.

Заметим, что для первого игрока возможен только один ход, не пересекающий ни одной пунктирной линии, а для второго нет ни одного

такого хода. Любым своим сплошным отрезком второй игрок вынужден пересечь хотя бы одну пунктирную. Ниже фрагмент партии из трех ходов. Первый игрок – Зеленый, второй – Красный.

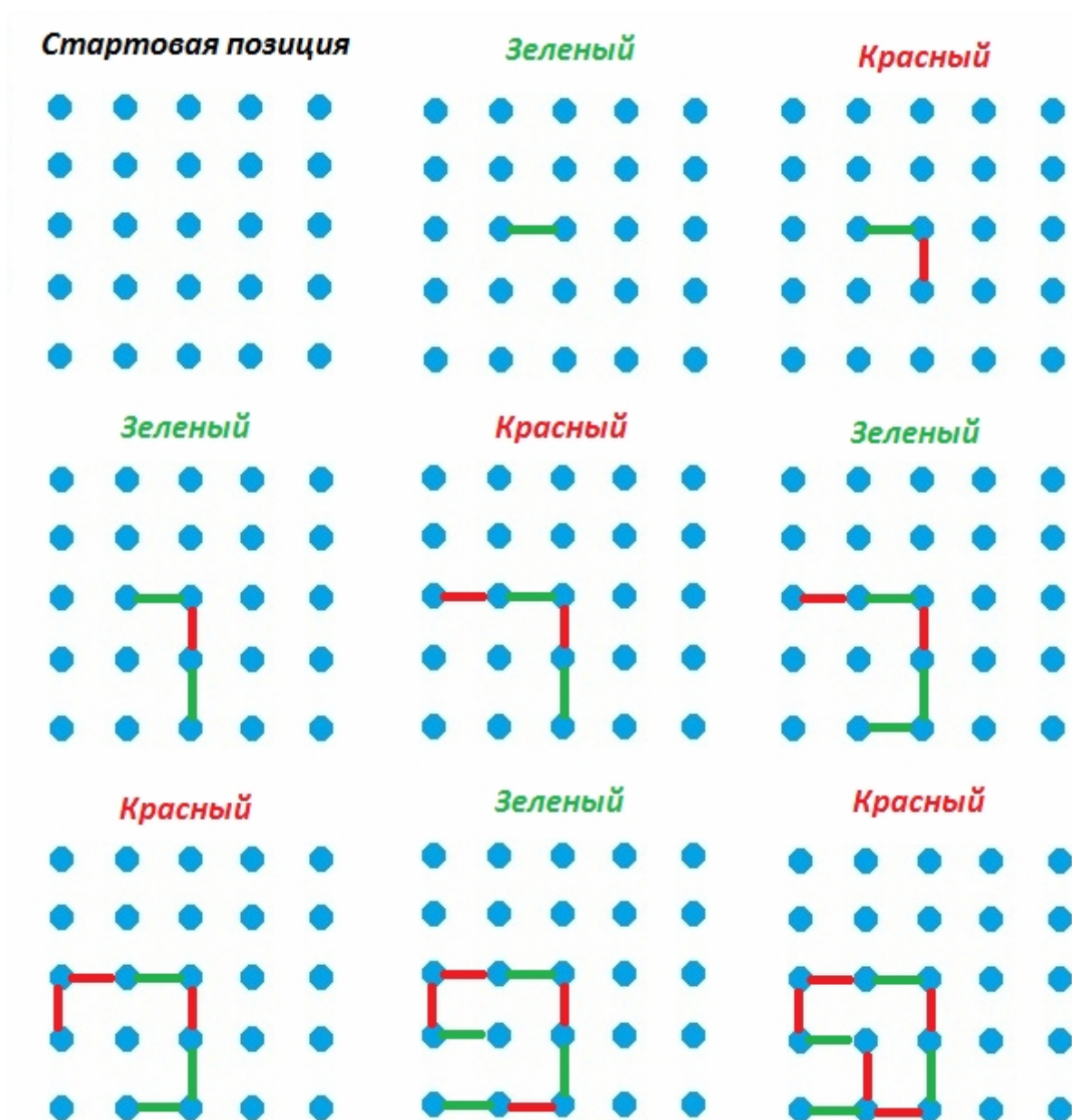


Игра №4 Ползунок



Игра начинается с того, что игроки рисуют квадрат из точек. Чем точек больше, тем игра будет дольше. Первый игрок своим ходом соединяет две рядом стоящие точки. Соединение разрешено только по ортогонали. Затем каждый из игроков продолжает непрерывную ломаную линию. Ее можно продолжать от двух концов. Проигрывает

тот, кто будет вынужден замкнуть ломаную. Ниже пример партии.

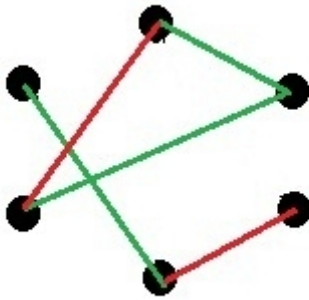


Красный игрок был вынужден замкнуть ломаную линию, это означает, что Красный игрок потерпел поражение.

Анализ игры

Придумать какую-либо стратегию в этой игре наверное невозможно. Выигрывает тот, кто сможет глубже просчитать тактические варианты. Цель игрока загнать ломаную в тупик, внутри которого, выполнить полный просчет уже возможно. В приведенном выше примере партии Красный игрок допустил ошибку, позволив завести ломанную в тупик с выигрышем Зеленого.

Игра № 5. Игра Сима

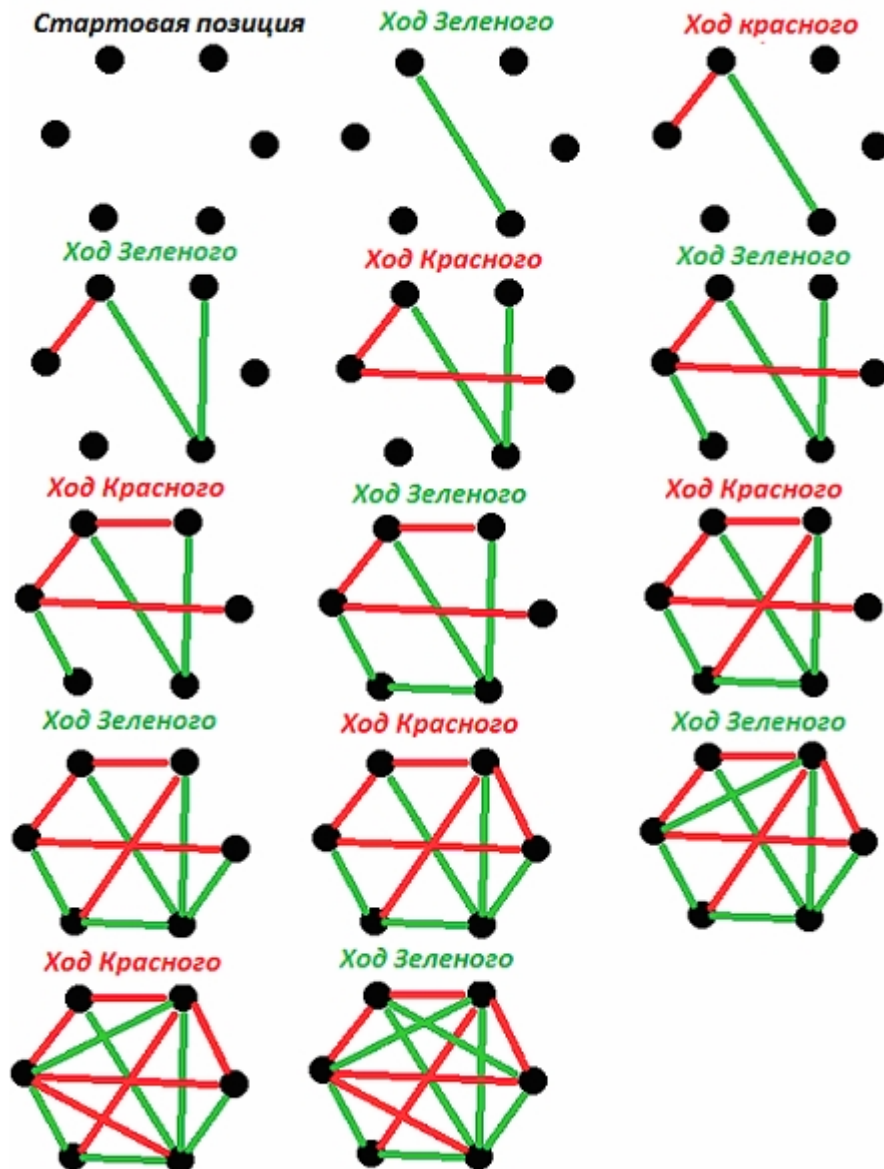


Игра изобретена математиком Густавом Симмонсом в 1969 году. Партия начинается с того, что игроки рисуют окружность и на ней устанавливают вершины. Минимально интересное количество точек, участвующих в игре – шесть. Чем точек больше, тем игра и интереснее и дольше.

Окружность можно и не рисовать, важно расположение точек, примерно по окружности, точность их установки не важна.

Ход заключается в том, что игрок соединяет две точки прямым отрезком своего цвета. Две вершины допускается соединять только один раз, в принципе, без наложения линий, больше одного раза это и невозможно.

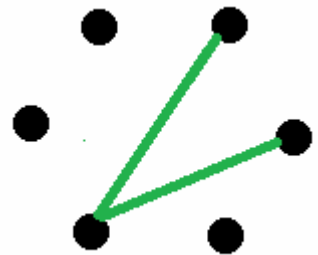
Проигрывает тот игрок, который построит на вершинах треугольник своего цвета. Для большого количества вершин, задачу можно изменить объявляя проигравшим того, кто построит любой многоугольник своего цвета. Ниже пример партии на шести вершинах.



Зеленый игрок проиграл партию. Заметим, что оставшиеся неиспользованные два хода, также ведут к построению зеленого треугольника. И еще заметим, что если бы критерием поражения было бы построение многоугольника, то партия завершилась бы раньше.

Анализ игры

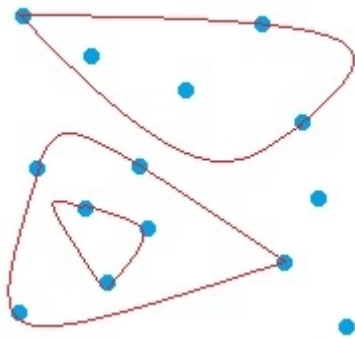
Для построения игровой техники будет полезным следующее эвристическое предположение. Будем считать опасным ходом – ход, приводящий к недостроенному треугольнику. А это ситуация в которой две линии одного цвета исходят из одной вершины. На диаграмме справа показана такая ситуация. Очевидно, что Зеленый игрок, создал себе возможность, ведущую к проигрышу, а значит уменьшил свое множество допустимых ходов на один.



Отсюда следует правило хода. Если возможен выбор, то выбирать надо ход, соединяющий две вершины, из которых пока не выходят линии цвета игрока.

Это предположение эвристическое и следовательно не очевидное. Но его можно усилить, например, потребовав хотя бы первыми ходами соединять вершины не соединенные с другими линиями любого цвета. При таком способе хода игрок наиболее эффективно уменьшает игровое пространство для своего противника.

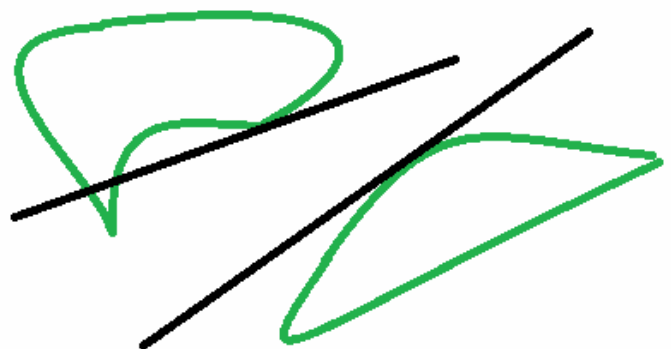
Игра № 6. Римс



Начинается игра с установки некоторого количества точек на игровом поле, представляющем собой обычный лист бумаги. Чем точек больше, тем игра будет дольше и интереснее.

Каждый игрок в свою очередь хода рисует выпуклую петлю через две или более точек, еще не участвовавших в образовании петли. Петля обязательно должна быть выпуклой. На диаграмме слева показаны три выпуклых петли. Надо полагать, интуитивно понятно, что такое выпуклая петля, но этому понятию можно дать точное математическое определение, с помощью касательных

линий. Касательная – это линия, касающаяся петли только в одной точке, не пересекающая в одной точке, а именно касающаяся. Если мы проведем касательную линию к любой точке петли, то вся выпуклая петля окажется ровно с одной стороны от касательной. Для вогнутой петли найдется хотя бы одна точка, касательная к которой пересечет петлю. На диаграмме справа примеры выпуклой и вогнутой петли с касательными.

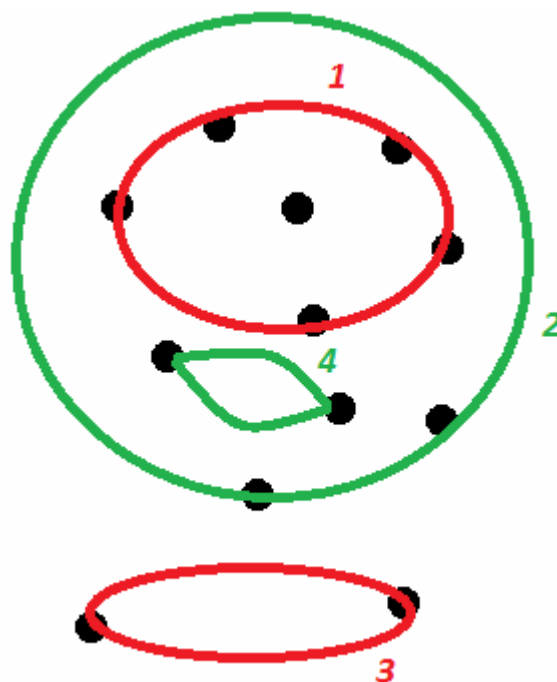


Игра завершается тогда, когда один из игроков не может построить выпуклой петли на оставшихся точках. Этот игрок

объявляется проигравшим. Ниже пример партии. На диаграмме петли, строящиеся игроками своим ходом отмечаются номерами.

Начинает партию Красный игрок, изолируя одну вершину. Затем Зеленый своим ходом охватывает группу вершин, в том числе и вершины уже использованные Красным для построения предыдущей петли. Затем Красный охватывает петлей две вершины, и последний ход остается за Зеленым игроком.

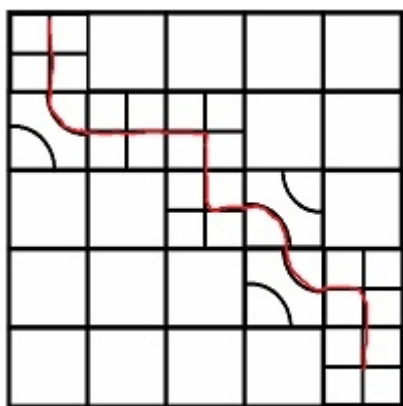
После хода Зеленого игрока остается одна вершина не участвующая в петлях, но для петли необходимо минимум две свободные вершины, следовательно, Красный игрок лишается возможности хода, и он проиграл.



Анализ игры

Предположим, что вы не владеете топологическими знаниями. Предположение вполне естественное и мы будем отталкиваться от него. Итак, перед вами есть некоторый набор точек. Постарайтесь в уме выстроить наиболее простой вариант выигрыша, при условии, что противник вам не будет мешать (будет ходить как вам надо). Вторым шагом подумайте, как противник может ответить на ваш первый ход, чтобы все же разрушить ваш вариант. Чем больше продолжений за своего оппонента вы сможете продумать тем лучше. На третьем шаге, постарайтесь для каждого продолжения противника придумать свой ход все же дающий победу. Если вы сможете опровергнуть больше половины успешных ответов противника на ваш первый ход, то этот первый ход можно считать успешным. Эта схема называется анализ в глубину на один ход. Для построения разумной игры анализа на один ход вполне достаточно, но конечно же, более глубокий анализ дает больше шансов.

Игра №7. Блэк (Черный путь)



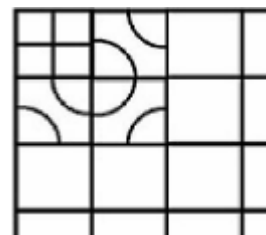
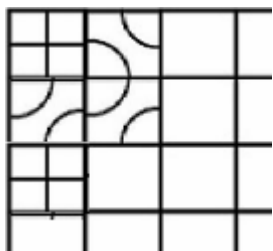
Игру придумал в 1960 году Ульям Лари Блэк, учившийся в том время в Массачусетском технологическом институте. Основой игры стали так называемые топологические плитки Труше. Плитки Труше



устроены таким образом, что выкладывая их в квадраты доски можно строить путь представляющий собой непрерывную линию. Для этой игры есть несколько формулировок игровой задачи. Видимо игра имела некоторую популярность в студенческой среде и возможно прошла какой-то путь развития. Какая версия игровой задачи может быть названа оригинальной, сейчас сказать трудно, поэтому здесь изложена версия наиболее интересная с точки зрения автора этого текста.

Игровая задача. Начинается партия с установки креста первым из игроков в верхний левый угол. Правый нижний угол является целевым. Тот, кто заведет общую линию в правый нижний угол, выигрывает партию.

Есть еще два способа зафиксировать поражение. Игрок допустивший пересечение общей линии или доведший ее до края доски считается проигравшим. На диаграмме справа ситуация с самопересечением общей линии. Игрок, допустивший это, считается проигравшим. На диаграмме слева длинная линия, заканчивающаяся крестом упирается в край доски. Игрок, допустивший такую ситуацию, проиграл.



Главное игровое понятие – это общая линия. Общая линия – это самое длинное продолжение на данный момент, игрок может поставить плитку только для продолжения самого длинного пути. Плитки, содержащие полукруги дают только одно продолжение. Интригу в игре создает плитка, содержащая крест, она на старте игры имеет два свободных ответвления, в середине игры она создает три возможности продолжения игры. Установка такой плитки и создает возможность управления игрой и изменение ее течения.

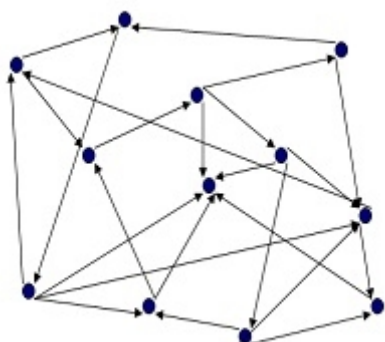
Анализ игры

Прежде всего, заметим, что пользоваться крестом у края доски нельзя, так как одна его ветка будет обязательно упираться в край доски, что означает поражение. Что же касается техники игры, то как и в каждой игре в которой исход партии решается последним ходом, выигрыш может обеспечить только полный анализ дерева игры до конца партии. Фактически это невозможно. Но полный просчет становится возможным, если общая линия достаточно близко подошла к целевому углу, то есть правому нижнему.

Поэтому желательно, чтобы к тому моменту, когда общая линия подойдет на расстояние возможности полного просчета, чтобы у игрока был хотя бы один гарантированный вариант. Обеспечить этот запасной вариант достаточно несложно. Просто постройте от точки хода до целевого угла выигрышную для вас линию. И если такая линия возможна (а она почти всегда возможна), то выполняйте ход вдоль этой линии. В этом случае, как уже было сказано по крайней мере один выигрышный вариант у вас есть.

Такой тип рассуждений справедлив и для построения тупика, вынуждающего замкнуть линию или вывести ее на край. Только в этом случае вы должны построить проигрышный вариант для своего противника и придерживаться уже его.

Игра №8. Тупик



Игра ведется на ориентированном графе. Иначе говоря, для игры требуется карта, состоящая из городов (черные кружки) и дорог с односторонним движением (стрелки). Перед первой стадией игрокам выдаются машины.

Количество машин вычисляется следующим образом. Если городов четное число, то считается ПОЛОВИНА как

половина от числа городов. Если городов нечетное число, то ПОЛОВИНА считается как половина от числа городов – 1. То есть при 12 городах ПОЛОВИНА = 6. При 17 городах ПОЛОВИНА – 8.

Затем считается ОБЩЕЕ ЧИСЛО МАШИН, которое должно быть четным. Поэтому, при четном значении ПОЛОВИНЫ, будет так: ОБЩЕЕ ЧИСЛО МАШИН = ПОЛОВИНЕ. А при нечетном значении ПОЛОВИНЫ будет так: ОБЩЕЕ ЧИСЛО МАШИН = ПОЛОВИНА -1. Каждому игроку выдается равное число машин, то есть половина от ПОЛОВИНЫ.

На первой стадии, игроки выставляют машины на карту, машины ставятся в города и каждый игрок выставляет машины своего противника. За один ход выставляется одна машина. На второй стадии игроки начинают движение. За один ход, игрок может переместить одну машину в соседний город, при условии, что этот город свободен. Цель игры загнать хотя бы одну свою машину в тупик. Тупиком называется такой город, в который можно въехать, но нельзя выехать. Движение осуществляет только по стрелкам. Против стрелки движение запрещено. Начинает вторую игрок, который на первой стадии делал ход вторым.

На движение машин накладывается ограничение. После того, как противник установит машину игрока, игрок обязан пометить конечный пункт движения машины. При этом, никакие две машины игрока не должны иметь один и тот же конечный пункт. Город, может быть конечным пунктом для машин разных игроков. То есть, только одна машина игрока может иметь тупик своим конечным пунктом. Если машина выполняет ход, то она это всегда делает в кратчайшем направлении, если кратчайших направлений несколько, то выбор за игроком. Кратчайшим направлением называется количество городов между положением машины и назначенным ей конечным пунктом. Если машина достигнет своего конечного пункта, то игрок назначает для нее новый конечный пункт.

Для того, чтобы удобно помечать машины и конечные пункты можно воспользоваться цветными фишками с номерами. Цвет фишки, обозначает принадлежность игроку, номер означает машину. Номер с какой-либо пометкой означает, что эта фишка – конечный пункт машины.

Для игры рисуется произвольная карта, чем она сложнее, тем интереснее игра. Сложность карте создает количество городов и количество дорог. Должен существовать один и только один город, из которого не выходит ни одной стрелки, но в него есть входящие стрелки. Этот город называется тупиком. Еще одно обязательное условие для карты. Из любого города по пустой карте можно добраться до тупика.

Анализ игры

Для игры Тупик, можно выработать простое эвристическое правило расчета хода. Очевидно, что для каждой машины можно, в конкретной ситуации рассчитать минимальную длину пути до тупика, если бы двигалась только она, а все остальные стояли. Это не совсем верно, так как машине могут быть преграждены все допустимые пути. То пусть пока так. Посчитаем минимальные длины для каждой машины игрока и суммируем их, получившееся значение назовем оценкой позиции для игрока. Если оценка игрока меньше, чем у его противника, то его положение лучше. Если его оценка больше оценки противника (сумма путей длиннее), то его положение хуже.

Выбор хода необходимо делать, просчитывая оценки после каждого возможного хода и выбирать следует тот ход, который увеличивает разрыв между оценками в выгодную сторону. Конечно, просчитать все возможные ходы может оказаться просто невозможным. В этом случае, достаточно найти первый попавшийся ход, увеличивающий разрыв оценок. Если же такого хода на протяжении долгого времени счета обнаружить не

удается, то следует остановиться на ходе обеспечивающим минимальное ухудшение ситуации.

Теперь, предположим, что некоторое количество машин перекрыты так, что не имеют ни одного пути к тупику. Это не значит, что они не будут иметь ни одного пути в дальнейшем, но рассчитать ход надо именно сейчас и желательно в рамках этой же эвристической идеи. Это сделать можно, если каждой такой машине присвоить оценку равную количеству городов на карте. Тогда разблокировка такой машины резко улучшит оценку игрока, и наоборот блокировка машины противника резко ухудшит его оценку, что тоже хорошо.