

Преследование на плоскости

Простым движением называется такое движение, при котором расстояние, пройденное точкой, из начального состояния является линейной функцией времени.

Простое движение по ломанной линии - это движение по траектории представляющей собой ломанную линию с конечным числом вершин.

Игра преследования с простым движением. Пусть имеется некоторое количество преследователей и один убегающий игрок. Если верны следующие утверждения:

- Каждый из преследователей, в любой момент времени знает положение всех преследователей и убегающего игрока.
- Убегающий игрок также в любой момент времени знает положение каждого из преследователей.
- Движение каждого из участников игры это простое движение.
- Цель преследователей – осуществить встречу с убегающим игроком.
- Цель убегающего игрока – максимально оттянуть встречу с преследователями.

То данная игра называется игрой преследования с простым движением.

Игра с линией жизни. Игра с линией жизни получается если в игру с простым движением ввести некую линию и изменить цели участников следующим образом:

- Цель убегающего игрока достичь линии жизни до встречи с преследователями.
- Цель преследователей осуществить встречу до того, как убегающий достигнет линии жизни.

Целый ряд таких игр имеет решение, то есть известна оптимальная стратегия и для убегающего и для догоняющего. Оптимальной стратегией называется такая стратегия, отклонение от которой ухудшает положение того, кто её нарушает.

Рассмотрим в качестве примера стратегию параллельного сближения. Пусть имеются два игрока: убегающий и догоняющий. Если скорость убегающего выше, то выбор стратегии тривиален. Если скорости равны, то максимум что может добиться догоняющий это не отстать. Для этого ему достаточно двигаться параллельным курсом. Если скорость догоняющего выше, то есть смысл задуматься о стратегии так как в этом случае от удачного выбора зависит время встречи, которое необходимо минимизировать. Рассмотрим эту ситуацию более детально.

Предположим, что убегающий и догоняющий игрок начинают некоторую игру с заданных точек. Скорость догоняющего больше и, следовательно, независимо от выбранного направления убегающим их встреча все равно состоится. Если убегающий не изменяет направления движения, то для каждого возможного направления существует точка в которой состоится встреча и время достижения этой точки минимальное из всех возможных. То есть это точка, движение к которой и есть оптимальная стратегия для догоняющего. Будем точку для каждого из возможных направлений движения убегающего называть минимальной. Известно, что множество минимальных точек лежит на окружности называемой окружностью Апполония.

Окружность Апполония достаточно хорошо изученный объект, известно, как вычислить его радиус и много другое. Подробную информацию можно найти в книге: Л.А. Петросян и Б.Б. Ресхиев «Преследование на плоскости» Москва «Наука» 1991 г.

Стратегия параллельно движения предписывает догоняющему в случае смены убегающим направления движения строить окружность Апполония и определять минимальную точку для данного направления убегающего. Минимальная точка получается пересечением прямой по которой движется убегающий с окружностью Апполония.

А сейчас две задачи:

Преследование в угле

Игра преследования идет в участке плоскости ограниченном углом. Для преследователя и убегающего известны скорости, эти скорости постоянны и известны начальные положения. Построить оптимальную стратегию и определить, произойдет ли встреча при данных условиях. Движение каждого из участников это движение вдоль ломаной, при этом движение на каждом отрезке ломаной это простое движение.

Принцесса в темной комнате

К данной задаче вряд ли применима та же теория, что и к предыдущей, но задача очень интересна. Дана темная комната известной формы. В комнате находится принцесса способная двигаться с определенной максимальной скоростью или меньшей, кроме неё в комнате чудовище также способное двигаться в определенном интервале скоростей. Построить оптимальные стратегии для них обоих или показать, что все стратегии одинаковы.