

Формулировка задачи. Дан непустой взвешенный граф с произвольными весами ребер. Требуется найти кратчайшие длины путей между всеми парами вершин графа, если в графе нет циклов отрицательной длины или обнаружить наличие таких циклов.

Инициализация структур данных

Построим матрицу D^0 размерности $|V| \times |V|$, элементы которой (обозначим из v) определяются по правилу:

1. $d_{ii}^0 = 0$;
2. $d_{ij}^0 = \text{Вес}(v_i, v_j)$, где $i \langle \rangle j$, если в графе существует ребро (дуга) (v_i, v_j) ;
3. $d_{ij}^0 = \text{бесконечность}$, где $i \langle \rangle j$, если нет ребра (дуги) (v_i, v_j) .

Основная часть алгоритма:

- Выполнять цикл, завершение которого наступает по выполнению одного из двух условий: либо количество шагов цикла равно V , либо был обнаружен цикл отрицательной длины. Шаги цикла нумеруются с нуля. Шаг цикла будем обозначать переменной m .
 - Строится матрица с индексом равным номеру шага, обозначим его через m , в которой элементы определяются через элементы матрицы предыдущего шага по следующим формулам: $d_{ij}^{m+1} = \min\{d_{ij}^m, d_{i(m+1)}^m + d_{(m+1)j}^m\}$, где $i \langle \rangle j$; $d_{ii}^{m+1} = 0$.
 - Если $d_{im}^m + d_{mi}^m < 0$ для какого-то i , то в графе существует цикл (контур) отрицательной длины, проходящий через вершину v_i ;

По завершению работы данного алгоритма, элементы матрицы равны длинам кратчайших путей между соответствующими вершинами.

Поиск путей

Если требуется найти сами пути, то перед началом работы алгоритма построим матрицу P с начальными значениями элементов $p_{ij} = i$. Каждый раз, когда на шаге (1) значение d_{ij}^{m+1} будет уменьшаться в соответствии с (*) (т.е. когда $d_{i(m+1)}^m + d_{(m+1)j}^m < d_{ij}^m$), выполним присваивание $p_{ij} := p_{(m+1)j}$. В конце работы алгоритма матрица P будет определять кратчайшие пути между всеми парами вершин: значение p_{ij} будет равно номеру предпоследней вершины в пути между i и j (либо $p_{ij} = i$, если путь не существует).

Примечание: если граф - неориентированный, то все матрицы D^m являются симметричными, поэтому достаточно вычислять элементы, находящиеся только выше (либо только ниже) главной диагонали.