

Правило точности. Предположим, дано десятичное число, которое в виде десятичной дроби представимо с точностью до N знаков. Для того, чтобы соответствующее двоичное число было той же точности, в нём необходимо записать M - знаков, так что бы

$$2^m > 10^N$$

А теперь попробуем получить правило перевода, и для начала рассмотрим пример 5,401

Решение: Целую часть получим по уже известным правилам, и она равна двоичному числу 101. А дробную часть разложим по степеням 2.

Шаг 1: $2^{-2} = 0,25$; $0,401 - 0,25 = 0,151$. - это остаток.

Шаг 2: Сейчас необходимо степени двойки представить 0,151. Сделаем это: $2^{-3} = 0,125$; $0,151 - 0,125 = 0,026$

Таким образом, дробную часть можно представить в виде $2^{-2} + 2^{-3}$. То же самое можно записать таким двоичным числом : 0,011. В первом дробном разряде стоит ноль, это потому, что в нашем разложении степень 2^{-1} отсутствует.

Из первого и второго шагов ясно, что это представление не точное и может быть разложение желательно продолжить. Обратимся к правилу. Оно говорит, что нам нужно столько знаков M чтобы 10^3 было меньше чем 2^M . То есть $1000 < 2^M$. То есть в двоичном разложении у нас должно быть не менее десяти знаков, так как $2^9 = 512$ и только $2^{10} = 1024$. Продолжим процесс.

Шаг 3: Сейчас работаем с числом 0,026. Ближайшая к этому числу степень двойки $2^{-6} = 0,015625$; $0,026 - 0,015625 = 0,010375$ теперь наше более точное двоичное число имеет вид: 0,011001. После запятой уже шесть знаков, но этого пока недостаточно, поэтому выполняем ещё один шаг.

Шаг 4: Сейчас работаем с числом 0,010375. Ближайшая к этому числу степень двойки $2^{-7} = 0,0078125$;
 $0,010375 - 0,0078125 = 0,0025625$

Шаг 5: Сейчас работаем с числом 0,0025625. Ближайшая к этому числу степень двойки $2^{-9} = 0,001953125$;
 $0,0025625 - 0,001953125 = 0,000609375$

Последний получившийся остаток меньше чем 2^{-10} и если бы мы желали продолжать приближение к исходному числу, то понадобилось бы 2^{-11} , но это уже превосходит требуемую точность, следовательно расчёты можно прекратить и записать окончательное двоичное представление дробной части.

$$(0,401)_{10} = (0,011001101)_2$$

Как видно, преобразование дробной части десятичного числа в двоичное представление немного более сложно, чем преобразование целой части.

А сейчас запишем алгоритм преобразования:

Исходные данные алгоритма: Через A обозначим исходную правильную десятичную дробь. Пусть эта дробь содержит N знаков.

Алгоритм

Пункт 1. Определим количество необходимых двоичных знаков M из неравенства $10^N < 2^M$

Пункт 2: Цикл вычисления цифр двоичного представления (цифры после нуля). Номер цифры обозначим символом K .

Номер цифры = 1

Если $2^{-K} > A$ То

 в запись двоичного числа добавляем ноль

Иначе

 в запись двоичного числа добавляем 1

$A = A - 2^{-K}$

$K = K + 1$

Если $K > M$

 То работа алгоритма завершена

 Иначе переходим на пункт 2.